

Matematyka:

- Dodawanie i odejmowanie „pod kreską”.

Elektronika:

- Sygnały cyfrowe.
- Zasadę pracy tranzystorów bipolarnych i unipolarnych.

12. Wprowadzenie

12.1. Sygnały techniki cyfrowej

W technice cyfrowej wykorzystuje się sygnały cyfrowe dwupoziomowe, tzn. takie, które przyjmują jedynie dwa poziomy logiczne: 0 lub 1. Odpowiadają one najbardziej naturalnemu pojmowaniu: dana rzecz jest (sygnał logiczny — 1) albo jej nie ma (sygnał logiczny — 0); ewentualnie w ramach logiki: prawda (1) albo fałsz (0). W zależności od przyjętego standardu określonego poziomowi logicznemu odpowiadają ściśle określone poziomy napięcie (omówione w dalszej części książki). Za pomocą ciągów tych sygnałów można kodować liczby, litery, symbole lub obrazy graficzne.

12.2. Systemy liczbowe

Zanim zapoznamy się ze sposobem przedstawiania i obróbki cyfr i innych znaków w urządzeniach cyfrowych, omówimy sposoby zapisu liczb. Sposób zapisu liczb jest związany z przyjętym do tego celu systemem zapisu liczb. Do podstawowych systemów zapisu należą systemy pozycyjno-wagowe, w których każdej pozycji danej liczby odpowiada stała określona waga (znaczenie). Dla pozycji cyfr leżących na lewo od przecinka waga każdej z nich wynosi K^{n-1} , gdzie n — numer pozycji, K — podstawa systemu (całkowita liczba dodatnia). W zależności od wartości podstawy systemu rozróżnia się wiele systemów zapisu liczb. W praktyce używa się następujących **systemów liczenia**:

- **dwójkowego (binarnego)** o podstawie $K = 2$,
- **ósemkowego (oktalnego)** o podstawie $K = 8$,
- **dziesiętnego** o podstawie $K = 10$,
- **szesnastkowego (heksadecymalnego)** o podstawie $K = 16$.

Liczby systemu dwójkowego zapisuje się za pomocą cyfr **0** i **1**. Cyfry dwójkowe nazywa się **bitami** (ang. *binary digit*). Liczby systemu ósemkowego zapisuje się za pomocą cyfr 0, 1, 2, ..., 7. Liczby systemu dziesiętnego zapisuje się za pomocą cyfr 0, 1, 2, ..., 9. Liczby systemu szesnastkowego zapisuje się za pomocą cyfr 0, 1, 2, ..., 9 oraz liter A, B, C, D, E, F.

Ogólnie, pierwszej cyfrze w lewo od przecinka przypisuje się wagę K^0 , drugiej — K^1 , trzeciej — K^2 itd. Natomiast cyfrom zapisywanym w prawo od przecinka przypisuje się kolejno następujące wagi: pierwszej — K^{-1} , drugiej — K^{-2} , trzeciej — K^{-3} itd.

Tabela 12.1

Zapis liczb od 0 do 32 w różnych systemach liczenia

dziesiętny	System		
	dwójkowy	ósemkowy	szesnastkowy
0	0_2	0_8	0_H
1	1_2	1_8	1_H
2	10_2	2_8	2_H
3	11_2	3_8	3_H
4	100_2	4_8	4_H
5	101_2	5_8	5_H
6	110_2	6_8	6_H
7	111_2	7_8	7_H
8	1000_2	10_8	8_H
9	1001_2	11_8	9_H
10	1010_2	12_8	A_H
11	1011_2	13_8	B_H
12	1100_2	14_8	C_H
13	1101_2	15_8	D_H
14	1110_2	16_8	E_H
15	1111_2	17_8	F_H
16	10000_2	20_8	10_H
17	10001_2	21_8	11_H
18	10010_2	22_8	12_H
19	10011_2	23_8	13_H
20	10100_2	24_8	14_H
21	10101_2	25_8	15_H
22	10110_2	26_a	16_H
23	10111_2	27_8	17_H
24	11000_2	30_8	18_H
25	11001_2	31_8	19_H
26	11010_2	32_8	$1A_H$
27	11011_2	33_8	$1B_H$
28	11100_2	34_8	$1C_H$
29	11101_2	35_8	$1D_H$
30	11110_2	36_8	$1E_H$
31	11111_2	37_8	$1F_H$
32	100000_2	40_8	20_H

Przykład 12.1

Liczba 15, zapisana w systemie dziesiętnym, składa się z elementów o wadze $10^0 = 1$ i jednego elementu o wadze $10^1 = 10$. Można ją zapisać następująco:

$$15 = 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0.$$

Przykład 12.2

Liczba 1101_2 , zapisana w systemie dwójkowym, oznacza liczbę powstałą z sumowania $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$, czyli w systemie dziesiętnym odpowiada liczbie 13.

Liczba $3F_{16}$, zapisana w systemie heksadecymalnym, oznacza liczbę powstałą z sumowania $3 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 48 + 15$, czyli liczbę 63.

Liczba 437_8 , zapisana w systemie ósmym, oznacza liczbę powstałą z sumowania $4 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 4 \cdot 64 + 3 \cdot 8 + 7 \cdot 1 = 256 + 24 + 7$, czyli liczbę 287.

W tabeli 12.1 przedstawiono trzydzieści trzy kolejne liczby zapisane w systemach: dwójkowym, ósemkowym, dziesiętnym i szesnastkowym.

Najczęściej wykorzystywany jest system dziesiętny, a w następnej kolejności dwójkowy, szesnastkowy i ósemkowy.

12.3. Kody

Za pomocą kodów usprawnia się przetwarzanie i transmisję informacji. Jednoznacznie przypisuje się określone słowa kodowe: cyfrom, literom, znakom, kolorom albo parametrom lub wydarzeniom. Tę czynność nazywa się kodowaniem.

Za pomocą kodów najczęściej opisuje się liczby (aby poddać je np. dalszej obróbce). Najprostszym kodem jest tzw. **naturalny kod dwójkowy**, zwany też **kodem binarnym**. Kodowanie liczb za jego pomocą oznacza po prostu zapisanie ich w systemie dwójkowym. Kod binarny operuje sygnałami dwupoziomowymi. Jest on niewygodny do zapisywania, przetwarzania i bezpośredniej analizy dla ludzi, z racji ich przyzwyczajenia do posługiwania się systemem dziesiętnym. Następnym jego mankamentem są długie ciągi *zero-jedynkowe*, które bezpośrednio są niezrozumiałe, a tłumaczenie słów kodowych na język zrozumiały wiąże się ze znajomością bardzo dużej ich liczby. W celu skrócenia tych ciągów przetwarza się je na liczby szesnastkowe lub rzadziej na ósemkowe (w komputerze lub innym urządzeniu cyfrowym liczby te będą przetwarzane jako liczby binarne).

Często jednak w urządzeniach cyfrowych obliczenia są wykonywane w systemie dziesiętnym. Poszczególne elementy liczby zapisanej w systemie dziesiętnym są kodowane za pomocą ciągów *zero-jedynkowych*. Najczęściej do tego celu wykorzystuje się **kod dwójkowo-dziesiętny**, oznaczany jako **kod BCD** (ang. *Binary Coded Decimal*). Każdej cyfrze kodu dziesiętnego są przyporządkowane cztery bity kodu binarnego. Przedstawicielem tej grupy jest również **kod Aikena**, o wagach 2421.

Kodowanie liczb od 0 do 20 w kodzie dwójkowym BCD, Aikena i Graya

Kod				
dziesiętny	dwójkowy	BCD	Aikena	Graya
0	0 ₂	0000	0000	00000
1	1 ₂	0001	0001	00001
2	10 ₂	0010	0010	00011
3	11 ₂	0011	0011	00010
4	100 ₂	0100	0100	00110
5	101 ₂	0101	1011	00111
6	110 ₂	0110	1100	00101
7	111 ₂	0111	1101	00100
8	1000 ₂	1000	1110	01100
9	1001 ₂	1001	1111	01101
10	1010 ₂	0001 0000	0001 0000	01111
11	1011 ₂	0001 0001	0001 0001	01110
12	1100 ₂	0001 0010	0001 0010	01010
13	1101 ₂	0001 0011	0001 0011	01011
14	1110 ₂	0001 0100	0001 0100	01001
15	1111 ₂	0001 0101	0001 1011	01000
16	10000 ₂	0001 0110	0001 1100	11000
17	10001 ₂	0001 0111	0001 1101	11001
18	10010 ₂	0001 1000	0001 1110	11011
19	10011 ₂	0001 1001	0001 1111	11010
20	10100 ₂	0010 0000	0010 0000	11110

Kod Graya charakteryzuje się natomiast tym, że zapisy dwóch kolejnych liczb różnią się od siebie tylko jednym bitem. W tabeli 12.2 przedstawiono liczby z zakresu od 0 do 20 zapisane w różnych kodach.

Liczby zapisywane jako sygnały cyfrowe mogą podlegać operacjom logicznym i arytmetycznym. Sposób wykonania operacji arytmetycznych zależy od tego, w jakim kodzie są zapisane te liczby. Operacje logiczne i układy je realizujące opisano poniżej.

Inną grupą kodów są kody, za pomocą których zapisuje się znaki graficzne. Reprezentantem tej grupy jest tzw. **kod ASCII** (ang. *American Standard Code for Information Interchange*) lub inaczej **ISO-7**. Zawiera on 128 zdefiniowanych kombinacji sygnałów siedmiobitowych. W tabeli 12.3 przedstawiono przyporządkowanie każdej z nich znaku alfanumerycznego lub instrukcji sterującej. Trzydzieści dwie kombinacje są rozpoznawane jako instrukcje służące do sterowania systemu wyświetlania albo drukowania (pierwsza i ostatnia kolumna tab. 12.3); pod pozostałymi kombinacjami są zakodowane wielkie i małe litery, cyfry, znaki interpunkcyjne, matematyczne i inne. Na przykład literze A odpowiada kombinacja 1000001. Litery zakodowane dowolnym kodem zwykle są poddawane jedynie operacjom logicznym w celu wyświetlenia litery w jej naturalnym kształcie. Wyjątek stanowi chęć dodatkowego zakodowania informacji — uczynienia jej tajną.

Kod ASCII

<i>EFG</i> <i>ABCD</i>	000	001	011	010	110	111	101	100
0000		@	\		0	P	P	
0001		H	h	(	8	x	X	
0011		L	l	"	<		\	
0010		D	d	S	4	t	T	
0110		F	f	&	6	v	V	
0111		N	n	*	>	—	^	
0101		J	j	.	:	z	Z	
0100		B	b	"	2	r	R	
1100		C	c	≠	3	s	S	
1101		K	k	+	:	{	[	
1111		O	o	/	?		—	
1110		G	g	.	7	w	W	
1010		E	e	%	5	u	U	
1011		M	m	—	=	}	]	
1001		I	i	)	9	v	Y	
1000		A	a	!	1	o	O	

A — najbardziej znaczący bit, *G* — najmniej znaczący bit.

Niewypełnione miejsca w tabeli są zarezerwowane dla znaków specjalnych.

Stosuje się do tego specjalne metody przestawiania kolejności znaków w ciągu, bitów w słowie, jak również logicznego uzależniania zawartości jednego bitu od wielu innych bitów tego ciągu.

Należy wyraźnie zaznaczyć, że to, czy dany ciąg *zero-jedynkowy* jest rozumiany jako liczba, znak graficzny, czy też zespół sygnałów sterujących, zależy tylko od tego, gdzie go skierujemy i do czego go wykorzystamy. Zwykle ciągi *zero-jedynkowe* mają postać słów o ściśle określonej długości, zazwyczaj 8, 16 lub 32 bity. Słowo 8-bitowe nazywamy **bajtem**.

12.4. Operacje arytmetyczne

12.4.1. Przedstawianie liczb w różnych systemach liczenia

Ważną umiejętnością jest umiejętność zamiany liczb z jednego systemu na drugi. Przykładowo, liczbę zapisaną w systemie dziesiętnym chcemy zapisać w innym systemie. Najprostszym sposobem jest dzielenie z resztą — liczbę w systemie dziesiętnym dzielimy przez podstawę danego systemu. Kolejność postępowania jest następująca:

1. Zapisujemy liczbę w systemie dziesiętnym, a po jej prawej stronie rysujemy pionową kreskę.
2. Dzielimy tę liczbę przez podstawę systemu, w którym chcemy ją zapisać (np. 2, 8, 16).